

## **FE-Modellierung von Böden mit Quellvermögen - ein robuster implizit formulierter Algorithmus**

Deutsche Überarbeitung des Papers

### **Soils with swelling potential – Proposal of a final state formulation within an implicit integration scheme and illustrative FE-calculations**

anlässlich des Fifth World Congress on Computational Mechanics WCCM V in Wien,  
7.-12. Juli 2002.

**H. Heidkamp**

SOFiSTiK AG

Bruckmannring 38, D-85764 Oberschleißheim, Germany

E-mail: [Holger.Heidkamp@sofistik.de](mailto:Holger.Heidkamp@sofistik.de)

**C. Katz**

SOFiSTiK AG

Bruckmannring 38, D-85764 Oberschleißheim, Germany

E-mail: [Casimir.Katz@sofistik.de](mailto:Casimir.Katz@sofistik.de)

**Schlüsselworte:** Böden mit Quellvermögen, Formulierung des Endzustands, verbessertes Backward-Euler Integrationsschema

**Key words:** swelling of soils, final-state formulation, enhanced Backward-Euler integration scheme

### **Kurzfassung**

Quellen von Böden beruht auf einer Umwandlung von Anhydrit zu Gips und/oder der Anlagerung von Wasser in die Blättchenstruktur der anstehenden Tonminerale (Korrensiten). Auslöser ist eine Störung des chemischen/physikalischen Gleichgewichts, insbesondere stellt die lokale Entlastung des Korngerüsts eine solche Störung dar. Bemerkenswert aus geotechnischer Sicht ist die Tatsache, dass beide Prozesse eine deutliche Volumenvergrößerung bewirken. Tatsächlich haben derartige Quellerscheinungen in der Vergangenheit bereits beträchtliche Schäden an Tunnelbauwerken verursacht.

Zur Erfassung der (spannungsabhängigen) Quelldehnungen im Rahmen von FE-Untersuchungen ist ein übliches Verfahren, das quellbedingte Ausdehnen durch Ansatz „äquivalenter Knotenkräfte“ auf Elementebene zu simulieren. Die Größe dieser Knotenkräfte berechnet sich dabei nach den linear-elastischen Materialsteifigkeiten und auf Basis der Spannungen *vor* Quellen (→ „initial stress method“) – dadurch wird eine unbehinderte Ausdehnung impliziert. Im allgemeinen Fall ist die Dehnung jedoch behindert. Somit baut sich also ein Druckspannungszustand auf, der wiederum die Quelldehnungen (stark) reduziert – im Extremfall verschwinden die „äquivalenten Knotenkräfte“ ganz. Dieser sprunghafte Wechsel resultiert in beobachtetem instabilem und oszillierendem Lösungsverhalten [4].

Hier wird hier ein alternatives Konzept vorgestellt. Durch Abbildung der Quellbeziehung innerhalb eines impliziten Integrationsschemas (Backward-Euler) auf Materialebene wird eine Stabilisierung des globalen Konvergenzverhaltens erreicht. Die Methode basiert auf dem Konzept der Dehnungssuperposition und ist daher auch mit der klassischen elasto-plastischen Formulierung konsistent. Durch Erweiterung um eine Line-search Prozedur wird die Leistungsfähigkeit des Backward-Euler Verfahrens gesteigert und Konvergenz auf Materialebene gesichert.

Beispielrechnungen illustrieren die Realisierung und Robustheit des vorgeschlagenen Konzeptes.

### **Abstract**

The swelling phenomenon of soils is related to a transition of contents of anhydrite to gypsum and/or adsorption of water to in-situ clay minerals (corrensites). The process is initiated by an interference of the chemical/physical balance, in particular represented by a local decompression of the grain structure. Remarkable - and important from a geotechnical point of view – is the fact that both processes condition an immense increase in volume. Expansion of soil due to swelling actually has caused considerable damage to tunnels in the past.

Unfortunately, numerical simulations of the final state swelling effect by means of the FE-method often suffer from instable, oscillating behavior of the solution. To date, a common approach for considering the arising swelling strains is the “initial stress method”, where nodal forces are generated at each element that experiences swelling. These forces represent the inherent stress resulting from the prevented expansion of the element.

In FE-analysis, a common approach in order to capture the (stress dependant) swelling strains is to simulate the swelling-caused expansion by „equivalent nodal forces“. Magnitude of these forces is calculated from the initial elastic material properties and on basis of the stresses *prior to* swelling (→ „initial stress method“) – this implicates an unconstrained expansion. Generally, however, this expansion is constrained, thus a compressive stress state develops that on the other hand (strongly) reduces the swelling strains. In an extreme example the “equivalent nodal forces” might vanish completely. This unsteady change results in observed instable and oscillating behavior [4].

Here, an alternative formulation within a stable implicit integration scheme shall be proposed. By modeling the swelling process within an implicit scheme (backward-Euler) on material level, a

stabilization of the global convergence behavior is achieved. The approach uses the concept of strain superposition – therefore it is also consistent with the formulation of conventional elasto-plasticity. Enhancement of the backward-Euler iterative process by an adapted line-search procedure increases the capability of the algorithm and assures material level convergence.

Illustrative computations show the realization and robustness of the proposed concept.

# 1 Einführung

## 1.1 Der Quellmechanismus

Für Bautechnische Anwendungen sind im Wesentlichen zwei Quellmechanismen relevant. Der erste Mechanismus, das „osmotische Quellen“, ist charakteristisch für Tonminerale. Das Quellen beruht hier auf einer Anlagerung des Porenwassers in die „Blättchenstruktur“ der Minerale (Ionen-Konzentrationsgefälle zwischen Tonmineralen und umgebender Porenwasserlösung) und wird typischerweise initiiert durch Entlastung der Minerale [Wittke-G.]. Der zweite Mechanismus ist chemischer Natur und findet in anhydrithaltigem Sulfatgestein statt. In diesem Zusammenhang kann Kalziumsulfat in zwei Modifikationen vorkommen, Anhydrit und Gips. Unter der Zufuhr von Wasser wandelt sich Anhydrit in Gips um. Dieser chemische Prozess ist mit einer deutlichen Volumenzunahme verbunden, 61% im Falle einer vollständigen Umwandlung.

Sowohl für den „osmotischen“ als auch den „chemischen“ Prozess konnte die Spannungsabhängigkeit der quellbedingten Volumenzunahme gezeigt werden. Diese Beobachtung ist wichtig im Hinblick auf die Entwicklung einer Materialbeziehung, wie im Folgenden beschrieben.

## 1.2 Materialgesetz für den Endzustand

Basierend auf der Auswertung lastgesteuerter Oedometerversuche (Huder-Amberg Experimente) wurde bereits von Grob [3] eine eindimensionale Beziehung zwischen Quelldehnung im Endzustand und Spannung angegeben.

$$\varepsilon_{q,\infty} = -k_q \cdot \log\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right) \quad (1)$$

$k_q$  = Quellmodul

$\sigma_0$  = Gleichgewichtsspannung bezüglich Quellen  
(Ausgangszustand)

Hier und im Folgenden betrachten wir *Zugspannungen und -dehnungen als positiv* und *Druckspannungen und -dehnungen als negativ*. Die oben angegebene Beziehung ist nur gültig für den Druckspannungsbereich.  $\sigma_0$  definiert die maximale Druckspannung für die Quellen noch möglich ist, ist also die axiale Gleichgewichtsspannung bezüglich Quellen. Um den Gültigkeitsbereich der Beziehung auf den vollen Spannungsbereich auszudehnen, kann man eine Grenzspannung  $\sigma_c < 0$  einführen, die der maximalen Quelldehnung entspricht [Wittke-G.]. Die erweiterte Beziehung lässt sich schreiben als

$$\varepsilon_{q,\infty} = -k_q \cdot \begin{cases} 0 & , \sigma \leq \sigma_0 \\ \log(\sigma / \sigma_0) & , \sigma_0 < \sigma < \sigma_c \\ \log(\sigma_c / \sigma_0) & , \sigma \geq \sigma_c \end{cases} \quad (2)$$

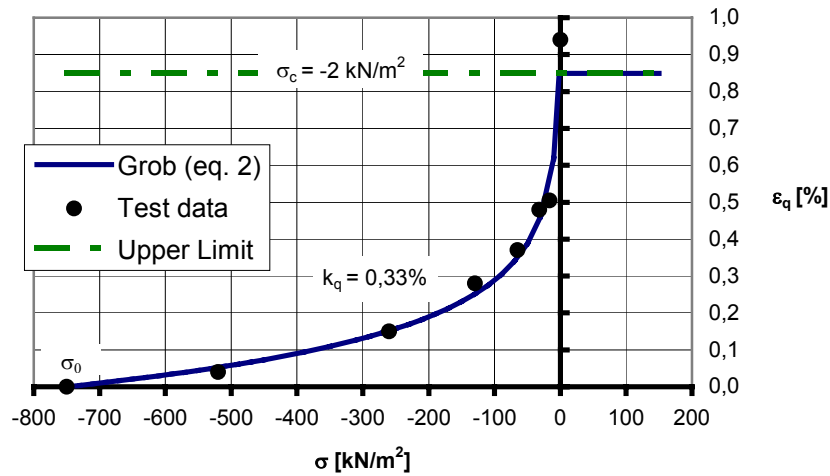


Abbildung 1: Eindimensionale Beziehung zwischen axialer Quelldehnung und axialer Spannung

In einem nächsten Schritt wird die eindimensionale Beziehung (2) auf den allgemeinen dreidimensionalen Fall verallgemeinert. Dabei beschränken wir uns auf den isotropen Fall und folgen im Wesentlichen der Vorgehensweise nach Wittke-Gattermann [5]. Die grundlegende Beobachtung ist, dass die Entwicklung der Hauptquelldehnungen im Wesentlichen von dem Hauptspannungszustand bestimmt wird – der Spannungszustand in den anderen Richtungen spielt eine untergeordnete Rolle. Die verallgemeinerte Beziehung ergibt sich als

$${}^q \varepsilon_{i\infty} = -k_q \cdot \begin{cases} 0 & , \sigma_i \leq \sigma_{i0} \\ \log(\sigma_i / \sigma_{i0}) & , \sigma_{i0} < \sigma_i < \sigma_c , \\ \log(\sigma_c / \sigma_{i0}) & , \sigma_i \geq \sigma_c \end{cases} \quad (3)$$

$$i = 1..3$$

$$k_q = \text{Quellmodul}$$

$$\sigma_i = \text{Hauptspannungen}$$

$$\sigma_{i0} = \text{Normalspannungs-Komponenten des transformierten Gleichgewichtszustands bzgl. Quellen (Ausgangsbedingung). Transformation in die Hauptspannungsrichtungen } \sigma_i$$

$$\sigma_c = \text{Druckgrenzspannung, entsprechend der maximalen Quelldehnung}$$

$\sigma_0$  bilden den Gleichgewichts-Spannungszustand bezüglich Quellen.  $\sigma_i$  sind die Hauptspannungen gewonnen aus der Transformation  $T_i \cdot \sigma$ . Die Spannungen  $\sigma_{i0}$  sind die entsprechenden Komponenten von  $\sigma_0$  bezogen auf die Hauptrichtungen von  $\sigma$  (d.h. man erhält sie durch die gleiche Transformation  $T_i \cdot \sigma_0$ ). Hervorzuheben ist, dass die Spannungen  $\sigma_{i0}$  im Allgemeinen nicht den Hauptspannungen  $\sigma_0$  entsprechen.

## 2 Implizite Formulierung (Backward-Euler Schema)

Ausgehend vom Konzept der Dehnungs-Superposition wird eine implizite Formulierung des Quellszusammenhangs vorgeschlagen – formal konsistent mit einer klassischen impliziten Plastizitätsformulierung.

Im Kontext eines inkrementellen Dehnungsverfahrens liefert der globale Iterationsalgorithmus ein Gesamt-Dehnungsinkrement bezogen auf den letzten Gleichgewichtszustand (Index A). Dieses Gesamt-Dehnungsinkrement wird additiv in elastische und nicht-elastische Dehnungsanteile zerlegt. Im Sinne der Übersichtlichkeit sind in nachfolgender Notation nur nichtlineare Dehnungsanteile infolge Quellen enthalten.

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_t &= \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_q \quad (\dots + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{pl}) \\ \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_q &= \boldsymbol{\varepsilon}_q - \boldsymbol{\varepsilon}_{q,A}\end{aligned}\tag{4}$$

Die Spannungen ergeben sich als

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma} &= \boldsymbol{\sigma}_A + \mathbf{D}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_e \\ &= \underbrace{\boldsymbol{\sigma}_A + \mathbf{D}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_t}_{\boldsymbol{\sigma}_B} - \mathbf{D}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_q\end{aligned}\tag{5}$$

Hierbei können  $\boldsymbol{\sigma}_B$  als die elastischen „Testspannungen“ interpretiert werden. Da  $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_q$  eine Funktion der Spannungen  $\boldsymbol{\sigma}$  ist, ist ein iteratives Vorgehen zur Ermittlung von  $\boldsymbol{\sigma}$  erforderlich. Dazu definieren wir eine Restfunktion gemäß

$$\mathbf{r}_{(k)} = \boldsymbol{\sigma}_{(k)} - (\boldsymbol{\sigma}_B - \mathbf{D}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_q)\tag{6}$$

Linearisieren des Problems durch Anwendung einer abgebrochenen Taylor-Reihenentwicklung, gleichsam um einen neuen Restvektor zu erhalten, ergibt

$$\mathbf{r}_{(k+1)} = \mathbf{r}_{(k)} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{D} \frac{\partial \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}\tag{7}$$

Hierbei bedeutet  $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$  das iterative Update von  $\boldsymbol{\sigma}_{(k)}$ . Aus der Bedingung, dass der neue Restvektor verschwinden sollte, lässt sich die Vorschrift für das Spannungs-Update ableiten:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = - \left( \mathbf{I} + \mathbf{D} \frac{\partial \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^{-1} \mathbf{r}_{(k)}\tag{8}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{(k+1)} = \boldsymbol{\sigma}_{(k)} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}, \quad k = k + 1\tag{9}$$

Geeignete „predictor“-Spannungen für den ersten Iterationsschritt ( $k = 0$ ) sind die elastischen „Testspannungen“  $\boldsymbol{\sigma}_B$ . Im Fall, dass für diesen Spannungszustand kein Quellen auftritt, verschwindet der Restvektor und weitere Iterationen werden überflüssig. Im anderen Fall definieren die Gleichungen (6), (8) und (9) zusammen mit den konstitutiven Beziehungen (3) den vollständigen iterativen Algorithmus zur Berechnung der korrigierten Spannungen – also einem Spannungszustand für den der

Restvektor verschwindet. Als Abbruchkriterium für die Iteration kann z.B. die euklidische Norm des Restvektors bezogen auf die euklidische Norm der elastischen „Testspannungen“ dienen. Die Iteration wird beendet, sobald das Kriterium eine spezifizierte Toleranzgrenze unterschreitet.

### 3 Erweiterter Algorithmus durch Line-search

#### 3.1 Warum ist der unmodifizierte Backward-Euler Algorithmus nicht ausreichend?

Um einen Eindruck von den Charakteristika der Restfunktion (6) zu erhalten, ist es sinnvoll noch einmal den eindimensionalen Fall zu betrachten. Insbesondere für den Fall, dass die elastischen „Testspannungen“ jenseits der Grenzspannung liegen ( $\sigma_B > \sigma_c$ ), kann die Restfunktion ein problematisches Verhalten aufweisen. Unter der Annahme fiktiver Werte

$$\sigma_0 = -750 \text{ kN/m}^2, \sigma_B = 500 \text{ kN/m}^2, \sigma_c = -10 \text{ kN/m}^2$$

$$k_q = 0.33 \%, E = 3000 \text{ kN/m}^2$$

liefert die Auswertung der eindimensionalen Form der Restfunktion (6):

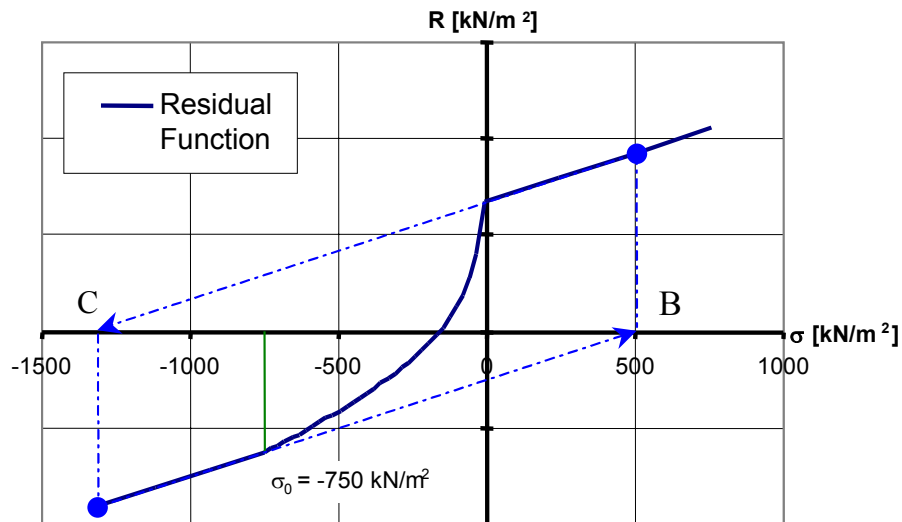


Abbildung 2: Restfunktion und Standard-Iterationsschema

Wie in Abbildung 2 dargestellt, ist Konvergenz im Rahmen der Standard-Iterationsprozedur in diesem Fall nicht möglich, der Algorithmus beschreibt hier einen geschlossenen Zyklus: Die Ausgangsspannung B wird im ersten Iterationsschritt über das tangentielle Update zum Punkt C korrigiert. Die zweite Iterationsschleife wiederum „berichtigt“ die Spannung zurück zu B – damit schließt sich der Kreislauf, die Nullstelle der Restfunktion wird nicht angenähert. Es liegt auf der Hand, dass solch ein Verhalten nicht wünschenswert ist und Maßnahmen ergriffen werden müssen, um eine derartige Situation zu vermeiden.

### 3.2 Das Line-search Konzept und seine Integration in das Backward-Euler Iterationsschema

Die soeben veranschaulichten Charakteristika gelten im Wesentlichen auch für den dreidimensionalen Fall. Somit ist das Ziel, das Standard-Iterationsschema durch einen allgemeinen Algorithmus zu ertüchtigen und damit konvergentes Verhalten sicherzustellen. Die Autoren verwenden zu diesem Zweck ein angepasstes Line-search Schema, das mit der bereits beschriebenen Backward-Euler Iterationsprozedur kombiniert wird. Vorteile dieser Vorgehensweise sind, neben dem allgemeinen Charakter der Formulierung, die geradlinige Integration des Line-search Konzepts in das Iterationsschema und die schnelle Konvergenz. Nachfolgend soll die Anwendung des Line-search Konzepts für das vorliegende Problem skizziert werden.

Die Zielsetzung eines Line-search könnte man beschreiben mit: „Finde die beste Lösung in der aktuellen Suchrichtung“. Zu diesem Zweck werden die iterativen Spannungen (=Suchrichtung) mit einem Faktor skaliert. Gleichung (9) wird zu

$$\boldsymbol{\sigma}_{(k+1)} = \boldsymbol{\sigma}_{(k)} + \eta \cdot \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (10)$$

In Gleichung (10) betrachten wir  $\eta$  als die einzige Variable, während der Spannungszustand der vorigen Iteration  $\boldsymbol{\sigma}_{(k)}$  und die Suchrichtung  $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$  konstant gehalten werden. Wir suchen nun den Wert  $\eta$ , der den „kleinstmöglichen“ Restvektor  $\mathbf{r}_{(k+1)}$  liefert. In Analogie zum Line-search Konzept auf Strukturebene, wo der Skalierungsfaktor  $\eta$  aus der Bedingung des Minimums der Potenzialenergie bestimmt wird, erhalten wir hier die skalare Bedingung

$$s(\eta) = \dot{\boldsymbol{\sigma}}^T \mathbf{r}(\eta) = 0. \quad (11)$$

Die Nullstelle der Funktion  $s$  zu finden ist ebenfalls ein iterativer Prozess. Nehmen wir an, dass wir bereits den Restvektor (entsprechend  $\eta = 0$ ) und das Spannungs-Update nach Gleichungen (6) und (8) innerhalb der  $k$ -ten Iteration berechnet haben. Dann wird das Produkt (11) berechnet und gespeichert. Anschließend, in einem ersten Schritt würden wir das Standard-Update ( $\eta = 1$ ) anwenden, erneut die Restfunktion auswerten und dann (11) erneut berechnen. Zu diesem Zeitpunkt haben wir zwei Zahlenpaare erhalten:

$\eta$	$s(\eta)$
0	$s_0$
1	$s_1$

Aus diesen Werten kann ein neuer „Versuch“ für  $\eta$  durch Inter- oder Extrapolation bestimmt werden. Der beschriebene Vorgang wird wiederholt, bis Bedingung (11) innerhalb einer spezifizierten Toleranz erfüllt ist.

Die Art der Interpolation betreffend, fanden die Autoren Methoden höherer Ordnung ziemlich instabil in diesem Kontext, was durch das wenig glatte Verhalten der Restfunktion erklärt werden kann. Aus diesem Grund wird ein lineares Inter-/Extrapolationsverfahren strikt empfohlen. Zusätzlich sollte der Maximalwert von  $\eta$  begrenzt werden, um un stabile Extrapolation zu vermeiden.

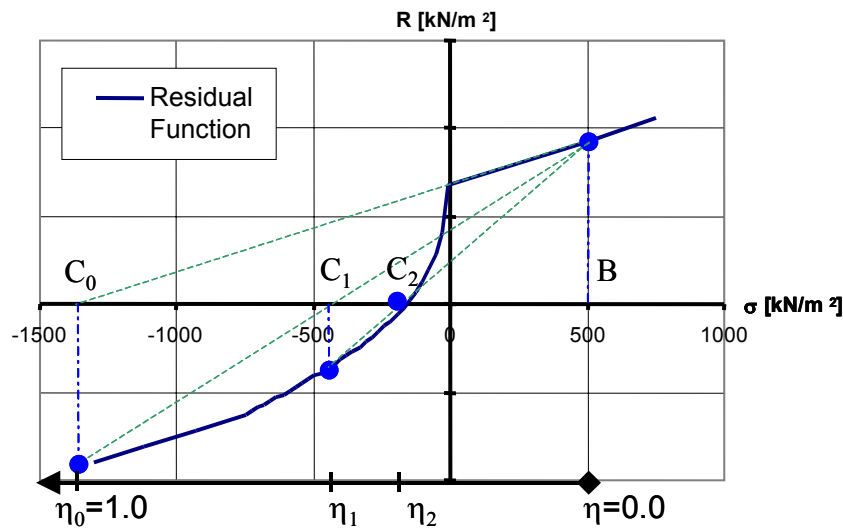


Abbildung 3: Prinzip des eingeführten Line-search Algorithmus'

Auch hier ist es anschaulich, den eindimensionalen Fall zu betrachten (Abbildung 3). Es sollte bemerkt werden, dass – aufgrund der Tatsache, dass in diesem speziellen Fall nur eine Suchrichtung existiert – die Nullstelle der Restfunktion nur mit Hilfe des Line-search gefunden werden kann. Das gilt jedoch nicht für den allgemeinen dreidimensionalen Fall, in dem die richtige Suchrichtung nicht a priori bekannt ist – ein Update der Suchrichtung wird deshalb im Normalfall erforderlich sein.

Die zusätzlichen Kosten der Line-Search Iterationen sind recht niedrig, da die Restfunktion für die Backward-Euler Iterationen sowieso ausgewertet wird – das Line-search Konzept lässt sich somit nahtlos in den Backward-Euler Iterationsprozess integrieren.

#### 4 Beispielhafte numerische Simulationen

Das in den vorangegangenen Abschnitten erläuterte Konzept wurde in das kommerzielle geomechanische FE Programm TALPA implementiert. TALPA wurde für die nachfolgenden Berechnungen eingesetzt.

Zunächst soll die Funktionalität des Algorithmus' anhand eines einfachen reproduzierbaren Beispiels getestet werden. Dazu simulieren wir das Verhalten einer Probe während eines Huder-Amberg Experiments, indem wir eine entsprechende Lastfolge auf ein einzelnes vierknotiges Quad-Element der Dicke  $l$   $m$  unter Randbedingungen des ebenen Dehnungszustands aufbringen. Seitliche Verformungen aller vier Knoten sind behindert. Während die Zwei oberen Knoten in vertikaler Richtung (= Lastrichtung) frei beweglich sind, sind die unteren Knoten gehalten (siehe Abbildung 4). Die vertikale Ausdehnung des Elements wird zu  $l$   $m$  gewählt – somit sind die resultierenden vertikalen Verschiebungen identisch mit den Dehnungen in Lastrichtung. Beginnend mit einer Druckbelastung von  $P=5000$   $kN/m$  (entsprechend  $\sigma_0$ ) wird die Last schrittweise reduziert bis zu einer Zugbelastung von  $P=-1000$   $kN/m$ . Für jeden dieser „Entlastungsschritte“ wird Quellen aktiviert und die entsprechenden Quelldehnungen/ -verschiebungen werden berechnet.

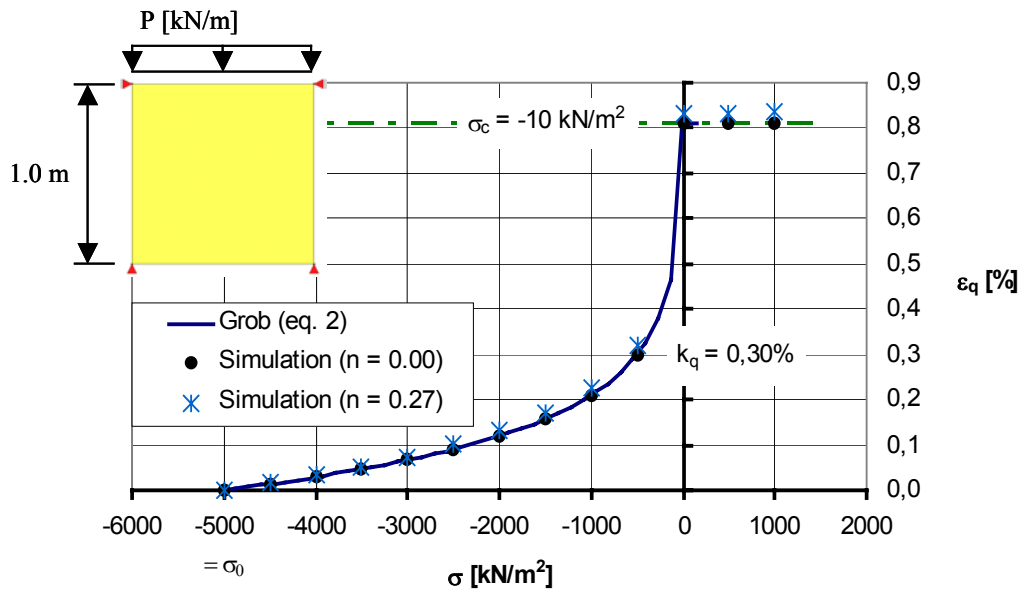


Abbildung 4: Modell Geometrie und Materialeigenschaften für die numerische Simulation

Durch Wahl der Querdehnzahl zu  $0.00$  entwickeln sich nur Spannungen in der Lastrichtung – wir erhalten den eindimensionalen Fall. Daher erwarten wir, dass die numerische Simulation genau Grobs Quellbeziehung (2) widerspiegelt. Abbildung 4 zeigt, dass die Ergebnisse unsere Erwartungen erfüllen. Um ferner den Einfluss seitlichen Drucks zu illustrieren, wird eine weitere Simulation mit Wahl der Querdehnzahl zu  $0.27$  durchgeführt. In diesem Fall entwickelt sich ein (realistischerer) dreidimensionaler Spannungszustand im Element (aufgrund behinderter seitlicher Verschiebung). Verglichen mit dem eindimensionalen Fall ergibt die Simulation etwas größere Querdehnungen in Lastrichtung (Abbildung 4). Dieser Zuwachs ist auf die Beiträge der seitlichen Richtungen zurückzuführen, in denen sich – aufgrund von Entlastung – ebenfalls Querdehnungen entwickeln. Die seitlichen Querdehnungen sind über die Querdehnzahl mit der Lastrichtung gekoppelt (5). Es ist offensichtlich, dass eine realistischere Kalibrierung der Quellparameter basierend auf dem zweiten Fall erfolgen sollte.

In einem zweiten Beispiel wird der Algorithmus zur Bearbeitung eines umfassenderen Problems herangezogen. Das nachfolgend eingeführte FE-Modell repräsentiert in etwa einen Querschlag des Belchentunnels, der Teil der N2 Nationalstraße in der Schweiz ist. Der Tunnel verläuft teilweise durch Bereiche ungesättigten Gipskeupers ( $\rightarrow$  Quellpotenzial), die Firstüberdeckung in diesen Regionen bewegt sich zwischen  $100\text{ m}$  und  $200\text{ m}$ . Der Belchentunnel wurde 1971 dem Verkehr übergeben. Schon während des Bauzustands traten massive Quellerscheinungen auf, die Tunnelsohle wurde daraufhin stahlbetonverstärkt mit einer Dicke von  $0.85\text{ m}$  eingebaut. Zusätzlich wurden entlang des Tunnels Einrichtungen zur Messung des radialen Drucks zwischen Tunnelsohle und angrenzendem Erdreich vorgesehen.

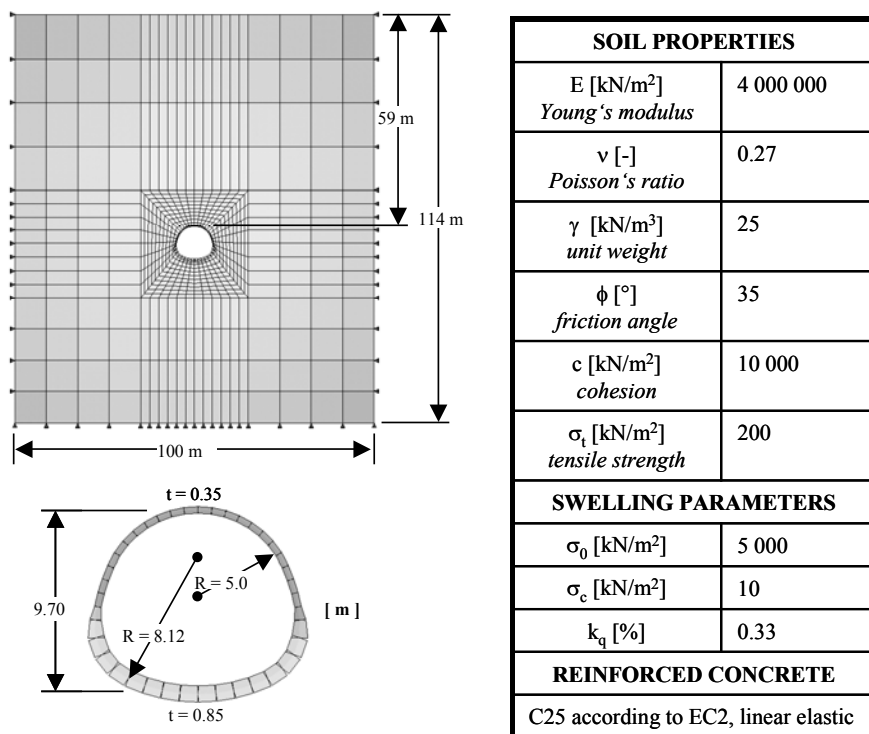


Abbildung 5: Modell Geometrie und Materialeigenschaften für die numerische Simulation

Für die Untersuchung betrachten wir eine Firstüberdeckung von 200 m. Des weiteren wird angenommen, dass sich der Ausgangszustand im Gebirge (vor Beginn der Baumaßnahme) im Gleichgewicht bezüglich Quellen befindet, d.h. die diesem Spannungszustand entsprechenden Quelldehnungen sind zum Zeitpunkt der Baumaßnahme bereits aufgetreten. Aufgrund der tiefen Lage des Tunnels ( $\rightarrow$  starke lokale Entlastung durch Baumassnahme) lässt sich eine deutliche Quellentwicklung erwarten. Die grundlegende Modellgeometrie und verwendete Bodeneigenschaften sind in Abbildung 5 dargestellt. Die Auflastwirkung der im Modell nicht erfassten Überdeckung wird durch eine gleichmäßig verteilte Vertikallast, die auf an dem oberen Modellrand angreift, simuliert. Für die Analyse gelten die Bedingungen des ebenen Dehnungszustands.

Im betrachteten Beispiel lässt sich der Quelleinfluss anschaulich an seiner Wirkung auf die Tunnelschale erkennen. Ohne Berücksichtigung des Quellpotenzials des Gebirges zeigt die Analyse eine nur geringe Beanspruchung der Tunnelschale, abgebildet durch die Biegemomentenverteilung und die entsprechenden Verschiebungen in Abbildung 6. Tatsächlich wird die Tunnelschale aufgrund der guten Materialeigenschaften des Gebirges im Wesentlichen durch ihr Eigengewicht beansprucht. Nach voller Entwicklung der Quelldehnungen allerdings, enthüllt die Analyse deutlich andere Ergebnisse. Während Tunnelfirste und -sohle insbesondere vertikale Einwärtsverschiebungen erfahren, werden die Ulmenregionen nach außen gedrückt. (Abbildung 6). Diese Verschiebung verursacht signifikante Biegebeanspruchung der Tunnelschale. Das wird besonders für die Tunnelsohle deutlich, wo die Extremwerte von +24 kNm zu -5700 kNm in den beiden gegenübergestellten Fällen wechseln! In diesem Fall wird sehr deutlich, dass eine Tunnelschale, die auf der Basis einer Berechnung, die Quellen nicht ausreichend berücksichtigt, kaum in der Lage wäre, den entstehenden Quelldrücken zu widerstehen.

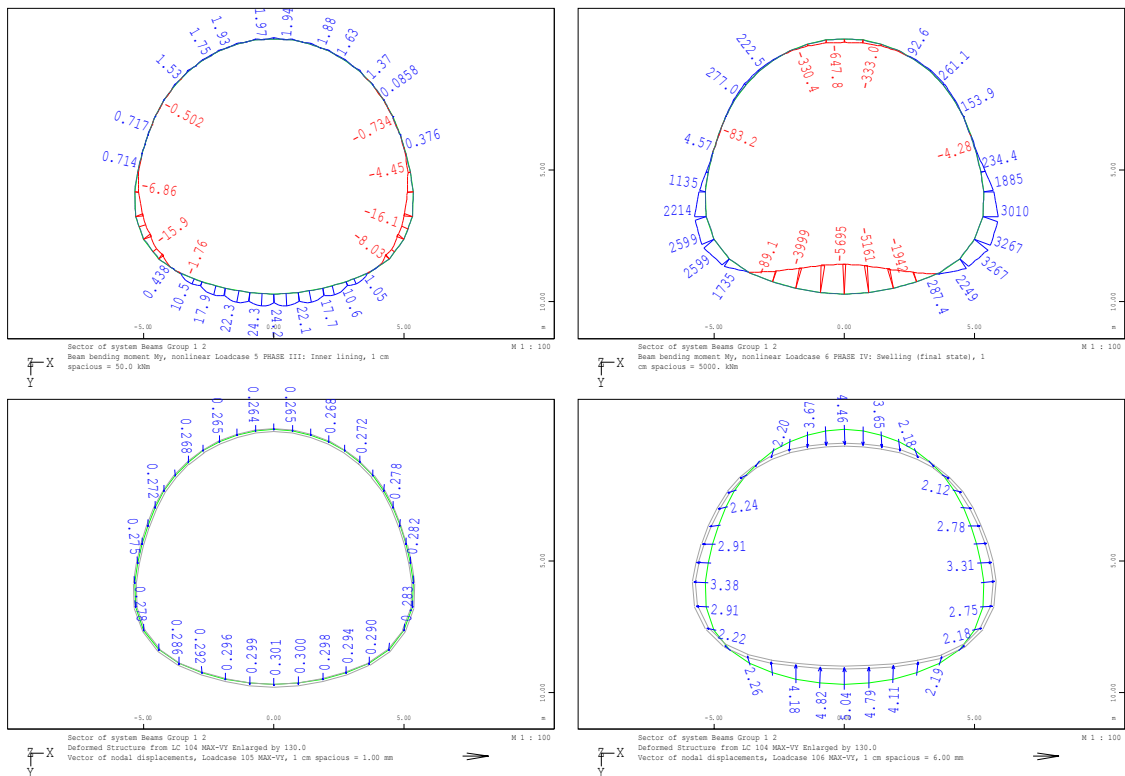


Abbildung 6: Beanspruchung der Tunnelschale ohne (links) und mit (rechts) Berücksichtigung des Quellens – Biegemomentenverteilung und entsprechende Verformung

Insofern finden sich die Ergebnisse der Analyse in guter qualitativer Übereinstimmung mit in der Praxis gemachten Beobachtungen. In [4] wird berichtet, dass die Sohle des Belchentunnels – ursprünglich mit einer Dicke von  $0.45\text{ m}$  eingebaut – auf einer Länge von  $500\text{ m}$  durch die Entwicklung starker Queldrücke zerstört wurde.

Eine quantitative Bewertung der Ergebnisse ist im Hinblick auf den approximativen Charakter des Modells (z.B. Unsicherheiten bzgl. der verwendeten Quellparameter sowie fehlende Information über den Einfluss der Bauphasen) schwierig und im vorliegenden Fall nicht wirklich gerechtfertigt. Trotzdem lässt sich durch Vergleich der in 1972 gemessenen Sohlrücke mit den Ergebnissen der Analyse feststellen, dass die Größenordnung der vorhergesagten Sohlrücke korrekt ist: Sohlrücke von  $1.75\text{ MN/m}^2$  im Durchschnitt bis zu  $3.80\text{ MN/m}^2$  Maximum wurden gemessen [4] und die Analyse liefert Werte von ungefähr  $1.70\text{ MN/m}^2$  bis zu  $2.28\text{ MN/m}^2$ .

## 5 Abschließende Bemerkungen

Basierend auf der dreidimensionalen Erweiterung des Quellgesetzes von Grob wurde eine implizite Formulierung innerhalb eines Backward-Euler Iterationsschemas entwickelt. Ergänzung dieses Ansatzes mit einem Line-search Konzept steigerte deutlich die Robustheit des Algorithmus'. Es konnte gezeigt werden, dass durch diese Maßnahme die Iterationen auf Strukturebene stabilisiert werden und oszillatorisches Verhalten der Lösung vermieden werden kann.

Abschließend wurden – um die Funktionalität des verfolgten Konzeptes zu überprüfen – beispielhafte Berechnungen unternommen. Diese wurden mit dem geomechanischen Programm TALPA ausgeführt,

in das der entwickelte Algorithmus implementiert wurde. Die erste Untersuchung, eine eindimensionale Simulation des Huder-Amberg Versuchs, ergab das erwartete Ergebnis – der Verlauf der theoretischen Spannungs – Quelldehnungsbeziehung wurde exakt reproduziert. Die zweite Simulation, eine näherungsweise Untersuchung eines Querschlags des Belchentunnels (Schweiz), zeigte die Anwendbarkeit des Algorithmus' in praktischen Ingenieurproblemen.

## 6 Literatur

- [1] M. A. Crisfield, *Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures, vol. 1: Essentials*, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England (1991).
- [2] M. A. Crisfield, *Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures, vol. 2: Advanced Topics*, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England (1997).
- [3] H. Grob, *Schwelldruck am Beispiel des Belchentunnels*, Sitzungsberichte Int. Symposium für Untertagebau, Luzern, Switzerland (1972), pp 99-119
- [4] W. Wittke, *Grundlagen für die Bemessung und Ausführung von Tunnels in quellendem Gebirge und ihre Anwendung beim Bau der Wendeschleife der S-Bahn Stuttgart*, Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Verkehrswasserbau der RWTH-Aachen, Germany (1978).
- [5] P. Wittke-Gattermann, *Verfahren zur Berechnung von Tunnels in quellfähigem Gebirge und Kalibrierung an einem Versuchsbauwerk*, Geotechnik in Forschung und Praxis, Verlag Glückauf GmbH, Essen, Germany (1998), pp. 22-31.
- [6] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, *The Finite Element Method*, vol. 2: Solid and Fluid Mechanics, Dynamics and Non-linearity, McGraw-Hill Book Company, London, England (1991).